Prüfung Netzwerke und Schaltungen I

08.02.2019

Name, Vorname: Mustermann, Max

Matrikelnummer: 18-000-000

Prüfungscode: 1995463

Berücksichtigen Sie folgende Informationen:

- Bitte legen Sie während der Prüfung Ihre ETH-Karte (Legi) gut sichtbar auf den Tisch, damit wir Ihre Anwesenheit prüfen können.
- Die Prüfung ist einseitig bedruckt, kontrollieren Sie die Vollständigkeit (24 Seiten) und die Einheitlichkeit von MC Version und Prüfungscode in der Fusszeile auf allen Blättern.
- Schreiben Sie Ihre Antworten direkt unterhalb der Aufgabenstellung, sollten Sie zu wenig Platz haben darf auch die Rückseite des jeweiligen Blattes verwendet werden. Kennzeichnen Sie dies in der jeweiligen Teilaufgabe.
- Bitte benutzen Sie keinen Bleistift – sondern blaue oder schwarze Kugelschreiber/Tinte (dokumentenecht). Auf gar keinen Fall Rot oder Grün.
- Schreiben Sie bitte leserlich. Wir können nur Punkte geben für eindeutig lesbares.
- Die Herleitung muss klar erkennbar sein. Ein numerisches Endergebnis ohne Herleitung wird nicht gewertet. Korrekte Herleitungen werden auch dann positiv berücksichtigt, wenn das numerische Endergebnis falsch sein sollte. Definieren Sie alle verwendeten Variablen und vereinfachen Sie die Resultate soweit wie möglich.
- Sie sind verantwortlich, dass alle Blätter abgegeben sind. Legen Sie diese dazu am Ende der Prüfung in den Umschlag zurück und kleben Sie diesen zu. Spätere Nachreichungen werden nicht berücksichtigt. Die Aufgabenstellung inklusive Ihrer Antworten muss am Ende der Prüfung komplett abgegeben werden.
- erlaubte Hilfsmittel: Textbuch Albach *Elektrotechnik*, Taschenrechner ohne Kommunikationsfähigkeit und ohne Möglichkeit Dateien abzuspeichern, Wörterbücher, Formelsammlung (max. 2 Seiten A4 = 1 Blatt). ALLES ohne Notizen zu Übungen oder alten Klausuren.

Bemerkung

Die folgende Musterlösung wurde von David & Lukas Pahl erstellt. Zusätzlich zum Lösungsweg enthält sie ausführliche Erklärungen und Hinweise.

Kontakt: pahld@ethz.ch pahll@ethz.ch

Materialübersicht

Theorie Skript

Begleitaufgaben

Prüfungslösungen

Methoden für Prüfungsaufgaben

		1. Korr.	Vis.	2. Korr.	Vis.
Aufgabe 1	(20)				
Aufgabe 2	(15)				
Aufgabe 3	(15)				
Aufgabe 4	(15)				
Aufgabe 5	(15)				
Aufgabe 6	(10)				
Endsumme	(90)				

Klausurnote :		
Bonus :		
Endnote :		

Aufgabe 1: Antwortblatt Verständnis Fragen

Für jede Frage ist genau **eine** Antwort richtig. Markieren Sie diese **eindeutig**.

1. A B C D
2. A B C D
3. A B C D
4. A B C D
5. A B C D
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D
16. A B C D
17. A B C D
18. A B C D
19. A B C D
20. A B C D
21. A B C D
22. A B C D
23. A B C D

Verständnis Fragen

Für jede Teilfrage ist genau **eine** Antwort richtig. Markieren Sie diese **eindeutig** auf dem Antwortblatt. Bei Single-Choice Fragen (SC) ist genau eine Antwort richtig, ist mehr als eine oder keine Antwort markiert gibt es Null Punkte. Bei kPrime Fragen (kP) ist in jedem Fall richtig oder falsch zu markieren. Die volle Punktzahl gibt es dabei bei 4 korrekten Aussagen, bei 3 korrekten Aussagen gibt es die halbe Punktzahl und bei 2 oder weniger Null Punkte.

(3 P.) *kP* – Gegeben seien ein magnetisches Bauteil mit Permeabilität $\mu_1 = 1000\,\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}}$, Permittivität $\varepsilon_1 = 1\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}$ und Volumen V_1 sowie ein dielektrisches Bauteil mit Permeabilität $\mu_2 = 1\,\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}}$, Permittivität $\varepsilon_2 = 10\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}$ und Volumen V_2. Am magnetischen Bauteil liege die homogene Feldstärke $H = 100\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ an und am dielektrischen Bauteil die homogene Feldstärke $E = 1000\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ an.
Beurteilen Sie die folgenden Aussagen:

1. Die gespeicherte Energie in den Bauteilen skaliert linear mit dem Volumen und linear mit der angelegten Feldstärke.

   (A) Richtig   (B) Falsch

2. Für $V_1 = V_2$ ist im magnetischen Bauteil genau gleichviel Energie gespeichert wie im dielektrischen Bauteil.

   (A) Richtig   (B) Falsch

3. Die gegebene Permeabilität und Permittivität der Bauteile kann mit realen Materialien unter Normalbedingungen erreicht werden.

   (A) Richtig   (B) Falsch

4. Wären die relativen Permeabilitäten und Permittivitäten gegeben als $\mu_{r1} = 1000$, $\varepsilon_{r1} = 1 = \mu_{r2}$ und $\varepsilon_{r2} = 10$ erhalte ich bei gleichen Volumen $V_1 = V_2$ **nicht** denselben Energieinhalt in beiden Bauteilen.

   (A) Richtig   (B) Falsch

Erklärung: Der Energieinhalt der Felder ist gegeben als $W_e = \frac{1}{2}\iiint_V \vec{E}\cdot\vec{D}\,dV$ und $W_m = \frac{1}{2}\iiint_V \vec{H}\cdot\vec{B}\,dV$.

→ mit $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$ und $\vec{B} = \mu\vec{H}$ erhält man

$$W_e = \frac{1}{2} V \vec{E}\cdot\varepsilon\vec{E} = \frac{1}{2}\varepsilon V E^2; \quad W_m = \frac{1}{2} V\vec{H}\cdot\mu\vec{H} = \frac{1}{2}\mu V H^2$$

homogene Feldstärke $\left(W_e = \frac{1}{2}\iiint_V \varepsilon E^2\,dV = \frac{1}{2} V\varepsilon E^2\right)$

$\Rightarrow$ Die gespeicherte Energie skaliert linear mit dem Volumen, aber quadratisch mit der angelegten Feldstärke

Einsetzen der Zahlenwerte:

$$W_m = \frac{1}{2} V_1 \mu_1 H^2 = V_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{Vs}{Am} \cdot \left(100 \frac{A}{m}\right)^2 =$$

$$= V_1 \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{VAs}{m^3}$$

bzw.

$$W_e = \frac{1}{2} V_2 \varepsilon_2 E^2 = V_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{As}{Vm} \cdot \left(1000 \frac{V}{m}\right)^2 =$$

$$= V_2 \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{VAs}{m^3}$$

$\Rightarrow$ Für $V_1 = V_2$ ist in beiden Bauteilen genau gleichviel Energie gespeichert.

Die hier verwendeten Materialien haben die relativen Materialparameter:

$$\mu_{r_1} = \frac{\mu_1}{\mu_0} \approx 8 \cdot 10^{8} \quad , \quad \varepsilon_{r_1} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \approx 1 \cdot 10^{11}$$

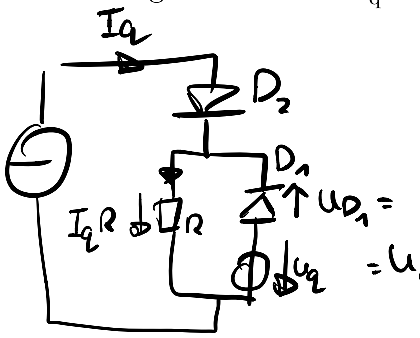
$$\mu_{r_2} = \frac{\mu_2}{\mu_0} \approx 8 \cdot 10^{5} \quad , \quad \varepsilon_{r_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \approx 1 \cdot 10^{12}$$

welche verglichen mit realen Materialien

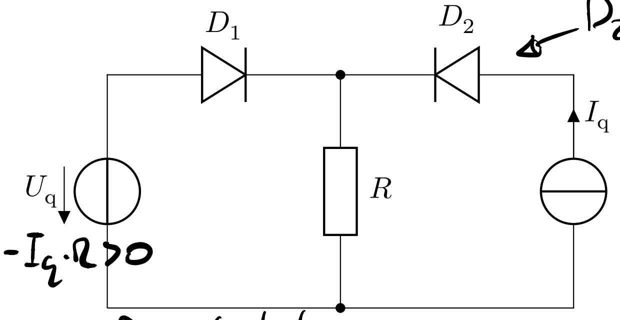
($\varepsilon_r \approx 1 \dots 1 \cdot 10^4$ und $\mu_r \approx 1 \dots 10^5$)

<u>nicht</u> zu erreichen sind

(2 P.) *SC* – Gegeben sei das folgende Diodennetzwerk mit den idealen Dioden D_1 und D_2. Es gelte dabei $0 < I_q \cdot R < U_q$.



$\uparrow U_{D_1} = U_q - I_q \cdot R > 0$



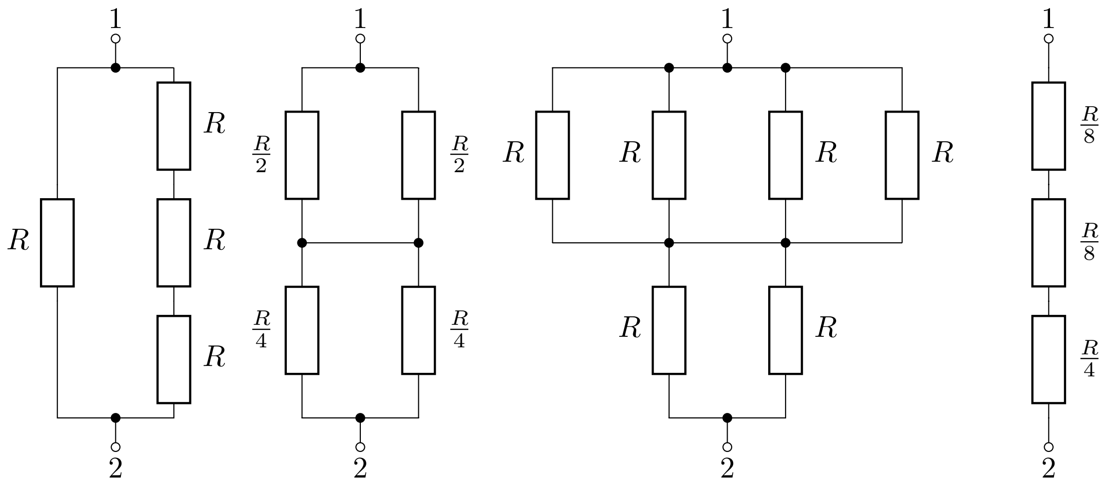
$\to D_2$ auf jeden Fall

$\to D_1$ leitet

5. Welche Diode(n) leiten?

   (A) Keine (B) Nur D_1 (C) Nur D_2 (D) Beide

(3 P.) *kP* – Gegeben seien die folgenden Widerstandsnetzwerke. Betrachtet wird hierbei der Gesamtwiderstand R_{12} zwischen den Klemmen 1 und 2.



(a) **(b)** **(c)** **(d)**

Bewerten Sie die folgenden Aussagen:

6. Die Widerstandsnetze **(a)** und **(c)** weisen den gleichen Gesamtwiderstand R_{12} auf

   (A) Richtig (B) Falsch

7. Die Widerstandsnetze **(c)** und **(d)** weisen den gleichen Gesamtwiderstand R_{12} auf

   (A) Richtig (B) Falsch

8. Die Widerstandsnetze **(a)** und **(b)** weisen den gleichen Gesamtwiderstand R_{12} auf

   (A) Richtig (B) Falsch

Erklärung zu 6. - 9.:

Das Netzwerk:

(a) hat $R_{12} = R \parallel 3R = \dfrac{R \cdot 3R}{R + 3R} = \dfrac{3}{4} R$

(b) hat $R_{12} = \dfrac{R}{4} \parallel \dfrac{R}{4} + \dfrac{R}{2} \parallel \dfrac{R}{2} = \dfrac{R}{8} + \dfrac{R}{4} = \dfrac{3}{8} R$

(c) hat $R_{12} = R \parallel R + R \parallel R \parallel R \parallel R = \dfrac{R}{2} + \dfrac{R}{4} = \dfrac{3}{4} R$

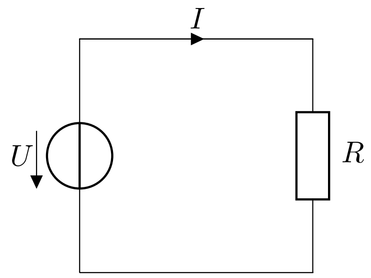
(d) hat $R_{12} = \dfrac{R}{4} + \dfrac{R}{8} + \dfrac{R}{8} = \dfrac{1}{2} R$

$\Rightarrow$ Nur (a) und (c) haben denselben Gesamtwiderstand R_{12}

9. Die Widerstandsnetze **(b)** und **(d)** weisen den gleichen Gesamtwiderstand R_{12} auf

   (A) Richtig (B) Falsch

(2 P.) *kP* – Gegeben sei ein einfaches Netzwerk mit einer Spannungsquelle U und einem Widerstand R gemäss der folgenden Abbildung.



Die Spannung U werde nun verdoppelt. Bewerten Sie die folgenden Aussagen:

10. Die im Leiter pro Zeiteinheit fliessende Ladung halbiert sich.

    (A) Richtig (B) Falsch

11. Der Widerstand R halbiert sich.

    (A) Richtig (B) Falsch

12. Der Strom I verdoppelt sich.

    (A) Richtig (B) Falsch

13. Die Leistung P im Widerstand wird viermal grösser.

    (A) Richtig (B) Falsch

(3 P.) *kP* – Bewerten Sie die folgenden Aussagen:

14. Das Überlagerungsprinzip gilt nur für lineare Netzwerke.

    (A) Richtig (B) Falsch

15. Enthält eine Schaltung mehrere Quellen, dann können die Ströme und Spannungen in den einzelnen Zweigen des Netzwerkes durch die Überlagerung von Teillösungen berechnet werden.

    (A) Richtig (B) Falsch

Erklärung zu 10. - 13.

Ohm'sches Gesetz: $U = R \cdot I$

→ da R konstant: $2 \cdot U = 2 \cdot R I =$
$= R \cdot 2I$

→ Verdopplung der Spannung
→ Verdopplung des Stromes

Strom $= \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ $\hat{=}$ "Pro Zeiteinheit fliessende Ladung"

wird sich auch verdoppeln

Leistung am Widerstand: $P = \frac{U^2}{R}$

mit $2U$: $\frac{(2U)^2}{R} = 4 \frac{U^2}{R} = 4P$

→ Vervierfachung des Stromes

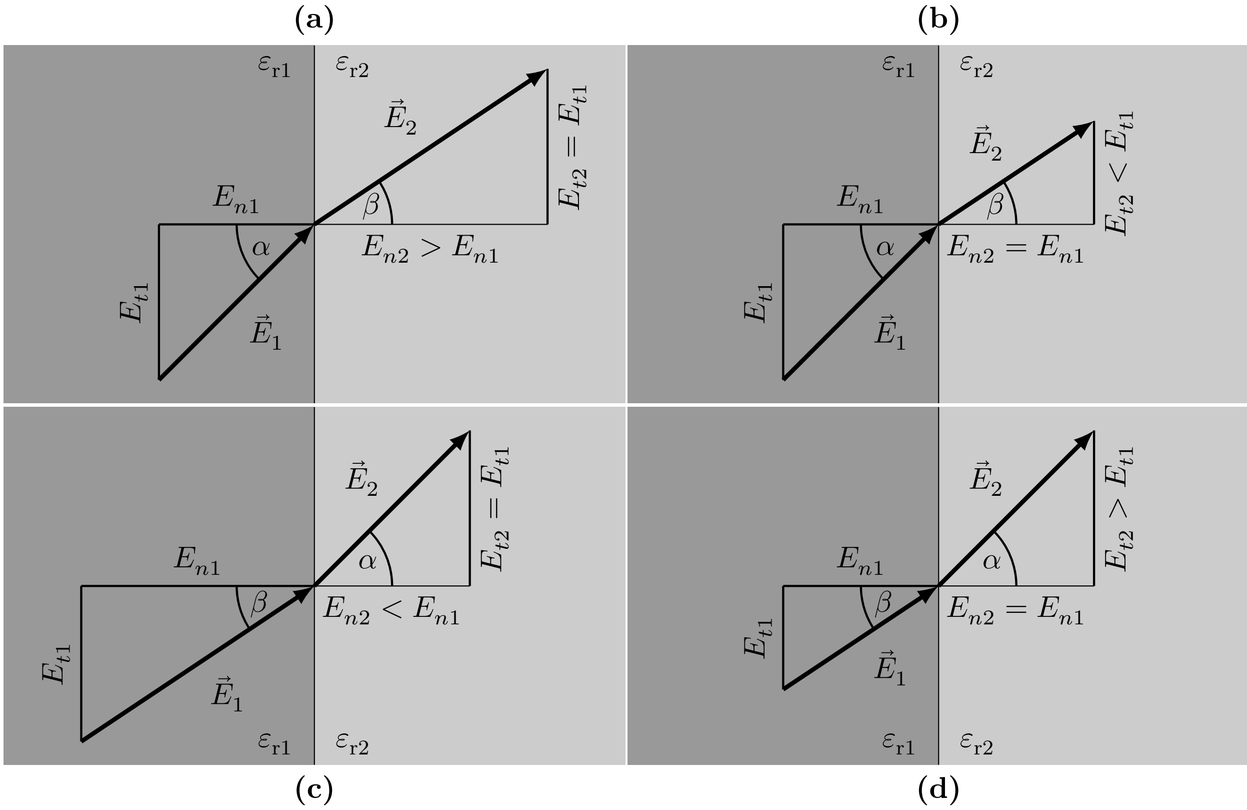
16. Bei der Anwendung des Überlagerungsprinzips bedeutet Nullsetzen einer Stromquelle, dass diese durch einen Leerlauf ersetzt wird

    (A) Richtig (B) Falsch

17. Enthält eine Schaltung mehrere Quellen, dann können die Leistungen in den einzelnen Zweigen des Netzwerkes durch die Überlagerung von Teillösungen berechnet werden.

    (A) Richtig (B) Falsch

(2 P.) *kP* – Gegeben seien zwei Materialien mit unterschiedlichen relativen Permitivitäten ε_{r1} und ε_{r2}. Der Übergang sei ladungsfrei und es gelte $\varepsilon_{r1} > \varepsilon_{r2}$.



Bewerten Sie die folgenden Aussagen:

18. Der Feldverlauf in **(a)** ist korrekt gezeichnet.

    (A) Richtig (B) Falsch

19. Der Feldverlauf in **(b)** ist korrekt gezeichnet.

    (A) Richtig (B) Falsch

20. Der Feldverlauf in **(c)** ist korrekt gezeichnet.

    (A) Richtig (B) Falsch

Erklärung zu 18. - 21.:

Beim Materialübergang bleiben die tangentialen Anteile des elektrischen Feldes E_t erhalten, es muss also $E_{t1} = E_{t2}$ gelten. Die Normalkomponente der elektrischen Flussdichte bleibt erhalten.

$$D_{n1} = D_{n2} \qquad (D = \varepsilon E)$$

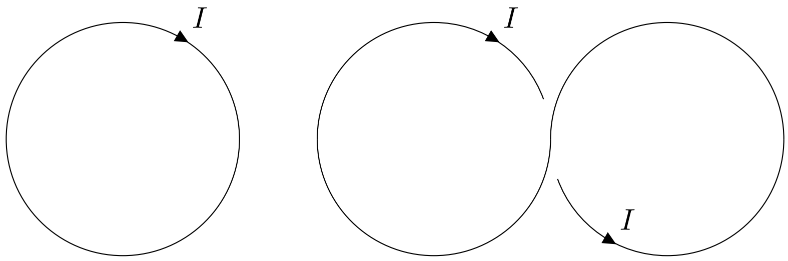
$$\rightarrow \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} E_{n1} = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} E_{n2}$$

wegen $\varepsilon_{r1} > \varepsilon_{r2}$ gilt $E_{n1} = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}} E_{n2} < E_{n2}$

21. Der Feldverlauf in **(d)** ist korrekt gezeichnet.

    (A) Richtig　　(B) Falsch

(2 P.) *SC* – Zwei gleiche kreisförmige Leiterschleifen liegen in einer Ebene und werden entsprechend der folgenden Abbildung zur Induktivität L_1 zusammengeschaltet. Die Induktivität einer einzelnen kreisförmigen Leiterschleife sei dabei L.



Induktivität L　　Induktivität L_1

22. Für die Gesamtinduktivität L_1 gilt dabei:

    (A) $L_1 > 2L$　　(B) $L_1 = 2L$　　(C) $0 < L_1 < 2L$　　(D) $L_1 = 0$

(3 P.) *SC* – Gegeben seien vier zylindrische Leiter gleichen Materials, aber unterschiedlicher Durchmesser d_i und Länge l_i.

23. Welche der folgenden Geometrien in Abhängigkeit des Parameters a hat dabei den geringsten elektrischen Widerstand R?

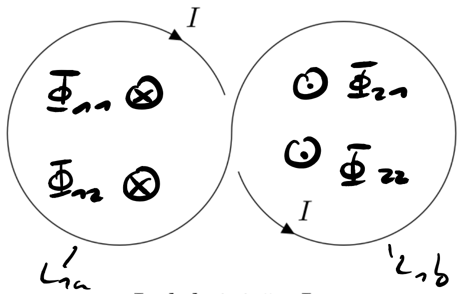
    (A) $d_4 = \frac{1}{4}a$, $l_4 = a$　　(B) $d_1 = \frac{2}{3}a$, $l_1 = 4a$　　(C) $d_2 = \frac{1}{2}a$, $l_2 = 3a$　　(D) $d_3 = \frac{1}{3}a$, $l_3 = 2a$

Erklärung zu 22.:

Wären die Einzelschleifen nicht gekoppelt wäre $L_1 = 2L$ (wegen der Reihenschaltung).

ABER es liegt Gegeninduktion vor, was die Induktivität beeinflusst.:

Skizze!



Induktivität L_1

weil Strom und Magnetfeld rechtshändig verknüpft sind ergeben sich obige Flussrichtungen.

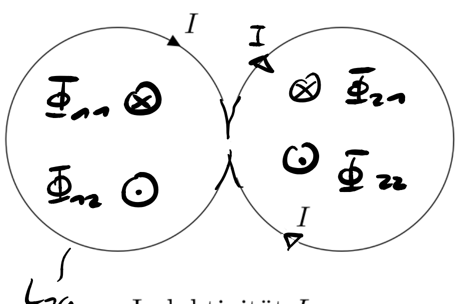
$\Rightarrow$ Die Flüsse überlagern sich positiv

$\rightarrow$ wegen $\Phi = L \cdot I$

$$L_{1a} = \frac{\Phi}{I} = \frac{\Phi_{11} + \Phi_{12}}{I} > \frac{\Phi_{11}}{I} = L$$

steigt L $\rightarrow$ $L_1 > 2L$

Alternativbeispiel



Induktivität L_1

$$L_{1a} = \frac{\Phi_{11} - \Phi_{12}}{I} < \frac{\Phi_{11}}{I} < L \Rightarrow L_1 < 2L$$

Erklärung zu 23.:

$R = \frac{l}{k \cdot A}$ "gleiches Material" bedeutet alle Widerstände haben dasselbe k

$\rightarrow R_1 = \frac{l_1}{k\left(\frac{1}{2}d_1\right)^2 \pi} = 36a \cdot \frac{1}{k\pi}$

d ist der Durchmesser, wir brauchen den Radius

$R_2 = \frac{l_2}{k\left(\frac{1}{2}d_2\right)^2 \pi} = 48a \frac{1}{k\pi}$

$R_3 = \qquad = 72a \frac{1}{k\pi}$

$R_4 = \qquad = 64a \frac{1}{k\pi}$

R_1 ist der geringste Widerstand, mit

$d_1 = \frac{2}{3}a$ und $l_1 = 4a$

Aufgabe 2: Kräfte auf Ladungen

(15 P.) Zwischen zwei positiven Ladungen Q_1 und Q_2, die den Abstand d voneinander haben, befindet sich eine dritte, ebenfalls positive Ladung Q. Q ist auf der Verbindungsgeraden zwischen Q_1 und Q_2 reibungsfrei verschiebbar. Die Anordnung befinde sich dabei im Vakuum.

a) (3 P.) Zeichnen Sie in das Koordinatensystem in Abbildung 1 die Ladung Q, sowie alle Kräfte, welche auf Q wirken, ein. Geben sie ausserdem die Koordinaten für die drei Ladungen an.

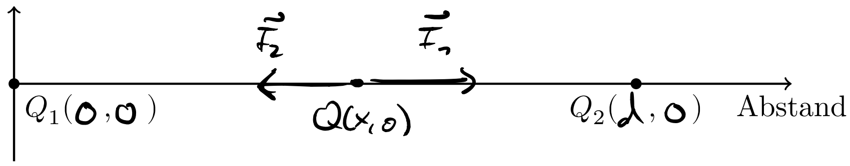


Abbildung 1: Koordinatensystem mit Q_1 und Q_2

b) (6 P.) An welcher Stelle x, $0 < x < d$, wird sich die verschiebbare Probeladung Q aufhalten? Rechnen Sie allgemein und führen Sie zur Abkürzung $\beta = \frac{Q_1}{Q_2}$ ein.

Hinweis: $a = \left(\frac{x-b}{x}\right)^2$ ist vorteilhaft mit $\pm\sqrt{a} = \left(\frac{x-b}{x}\right)$ zu lösen.

Q_1 und Q_2 sind i.A. unterschiedlich => Q wird nicht genau in der Mitte sein.

→ Was gilt immer? Kräftegleichgewicht!

→ $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$

Ladung, auf die die Kraft wirkt

Ladung, die das E-Feld verursacht

Allgemein gilt: $\vec{F} = q\vec{E} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\vec{e}_r$

hier: $r_1 = x$, $r_2 = d - x$, $\varepsilon_r = 1$ (Vakuum)

Abstand zwischen Ladung in der Mitte und Q_1

Abstand zwischen Ladung in der Mitte und Q_2

$\Rightarrow$ wichtig ist allgemein bei mehreren im Raum verteilten Ladungen ein gemeinsames Koordinatensystem einzuführen mit einem fixen Ursprung. Dann lassen sich die einzelnen Kräfte u. E-Felder zusammenrechnen.

$$|\vec{F}_1| = F_1 = \frac{Q Q_1}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \quad , \quad |\vec{F}_2| = F_2 = \frac{Q Q_2}{4\pi\varepsilon_0 (d-x)^2}$$

$\Rightarrow$

$$F_1 = F_2$$

$$\frac{\cancel{Q} Q_1}{\cancel{4\pi\varepsilon_0} x^2} = \frac{\cancel{Q} Q_2}{\cancel{4\pi\varepsilon_0} (d-x)^2}$$

$$\frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(d-x)^2}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2}(d-x)^2 = x^2$$

mit $\beta = \frac{Q_1}{Q_2}$

$$\beta = \left(\frac{x}{d-x}\right)^2$$

$$\pm\sqrt{\beta} = \frac{x}{d-x}$$

$$\pm\sqrt{\beta}(d-x) = x$$

$$x(1 \pm \sqrt{\beta}) = \pm d\sqrt{\beta}$$

$$x = \frac{\pm d\sqrt{\beta}}{1 \pm \sqrt{\beta}} = \frac{d\sqrt{\beta}}{\pm 1 + \sqrt{\beta}}$$

immer gleichzeitig + oder −

$$\rightarrow \quad x_1 = \frac{d\sqrt{\beta}}{\sqrt{\beta}+1} \qquad x_2 = \frac{d\sqrt{\beta}}{\sqrt{\beta}-1}$$

da $0 < x < d$ und $x_2 > d$

macht nur x_1 Sinn und wir verwerfen x_2.

c) (2 P.) Füllen Sie die Tabelle 1 aus, berechnen Sie dazu die Position x für die gegebenen Werte von β.

Tabelle 1: Die Position x der Ladung Q als Funktion von β

β	$x_1 = x$	$x_2 = d - x$
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{5} d \left(= \frac{1}{2} d - \frac{3}{10} d\right)$	$d - \frac{1}{5} d = \frac{4}{5} d$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3} d \left(= \frac{1}{2} d - \frac{1}{6} d\right)$	$d - \frac{1}{3} d = \frac{2}{3} d$
1	$\frac{1}{2} d \left(= \frac{1}{2} d\right)$	$d - \frac{1}{2} d = \frac{1}{2} d$
4	$\frac{2}{3} d \left(= \frac{1}{2} d + \frac{1}{6} d\right)$	$d - \frac{2}{3} d = \frac{1}{3} d$
16	$\frac{4}{5} d \left(= \frac{1}{2} d + \frac{3}{10} d\right)$	$d - \frac{4}{5} d = \frac{1}{5} d$

nur diese Spalte verlangt (der Zusatz ist für das bessere Verständnis)

d) (4 P.) Führen Sie mithilfe der Tabelle 1 einen Plausibilitätscheck durch. Geben sie mindestens zwei Argumente an wieso die gefundene Lösung sinnvoll ist.

- Falls $\beta = 1$ $(Q_1 = Q_2)$ beträgt $x = \frac{1}{2} a$
  $\Rightarrow$ Die Ladung befindet sich genau in der Mitte.

  Wegen $Q_1 = Q_2$ muss wegen des Kräftegleichgewichts die Ladung in der Mitte sein.

- Allgemein gilt $x_1 + x_2 = x + d - x = d$
  Zu jedem Zeitpunkt ist dies gegeben, was ebenfalls Sinn macht.

- Für $Q_1 < Q_2$, also $\beta < 1$, ist die Kraft von Q_2 auf Q stärker als die von Q_1 auf Q

$\Rightarrow$ hier muss gelten $x < \frac{d}{2}$. Auch das macht Sinn.

Aufgabe 3: Ersatzspannungsquelle

(15 P.) Die in Abbildung 2 dargestellte Schaltung enthält eine Spannungsquelle mit der Quellenspannung $U = 36\,\mathrm{V}$ und die Widerstände $R_1 = 80\,\Omega$, $R_2 = 100\,\Omega$, $R_3 = 120\,\Omega$ und $R_4 = 150\,\Omega$.

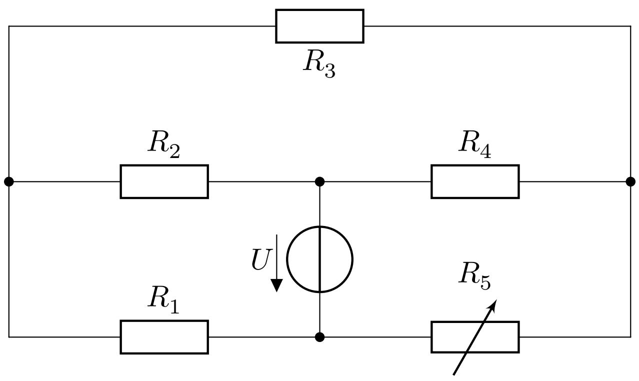
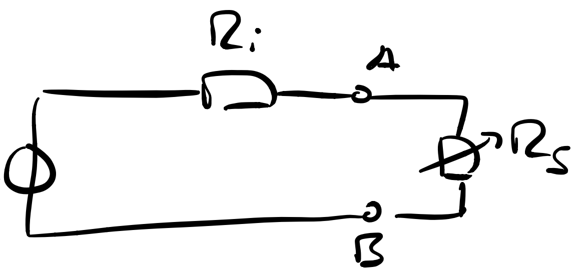


Abbildung 2: Gegebenes Netzwerk

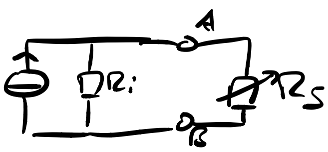
a) (3 P.) Zeichnen Sie das Schaltbild für eine Ersatzspannungsquelle und dem variablen Widerstand R_5.

Hinweis: Berechnen Sie noch nichts, dies folgt in der nächsten Teilaufgabe.

Nach dem Thévenin Äquivalent kann jede Schaltung mit nur linearen Bauteilen in eine äquivalente Ersatzspannungsquelle umgewandelt werden

→ 

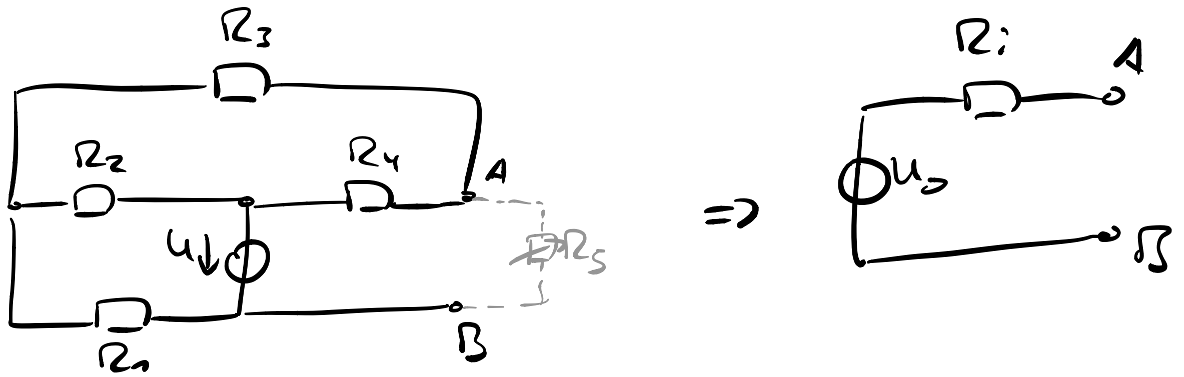
(Norton - Äquivalent:
Reale Stromquelle



)

b) (9 P.) Berechnen Sie die Quellenspannung U_0 der Ersatzspannungsquelle und ihren Innenwiederstand R_i

Zunächst trennen wir R_5 vom Netzwerk und bestimmen R_i und U_0

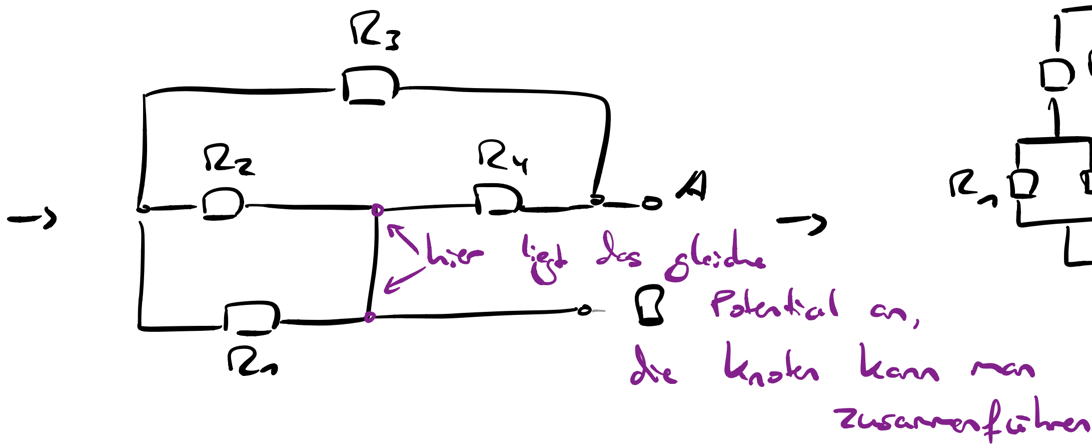


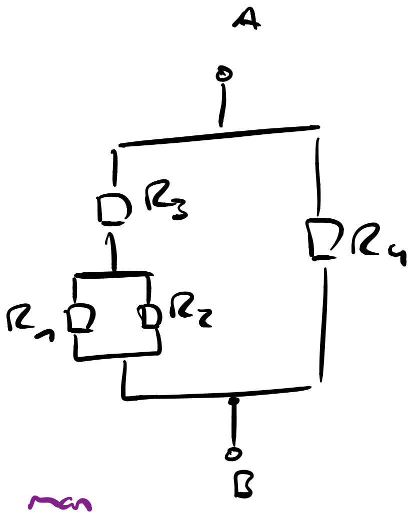
R_i bestimmen:

- Alle Quellen ausschalten

(U -> | (Kurzschluss) I -> (Leerlauf))

- Widerstände zusammenfassen





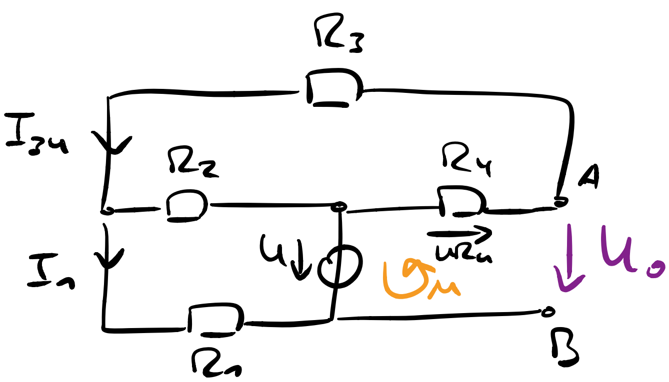
$$R_{ges} = (R_3 + R_1 \| R_2) \| R_4 =$$

$$= \underbrace{\left(R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)}_{\approx 164.4\,\Omega} \| R_4 \approx$$

$$\approx \frac{164.4 \cdot 150}{164.4 + 150}\,\Omega = \underline{\underline{78.4\,\Omega}}$$

<u>U_0 bestimmen</u>

- $U_0 \hat{=}$ Leerlaufspannung zwischen A und B



Die Maschenregel ergibt:

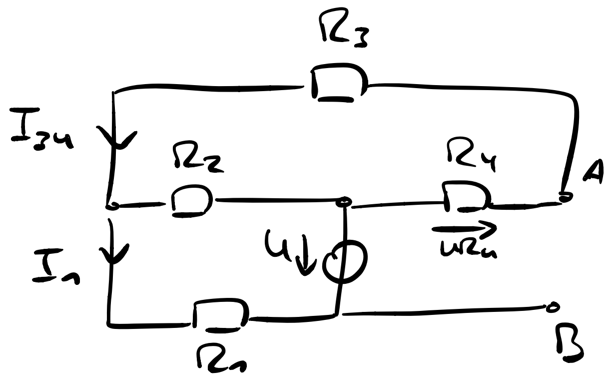
M: $U - U_0 - U_{R4} = 0$

$$U_0 = U - U_{R4}$$

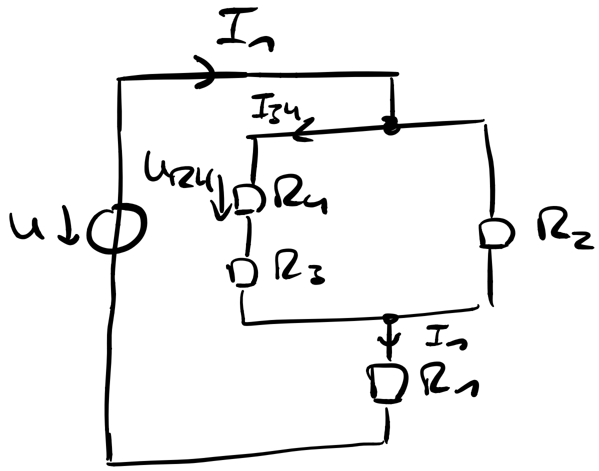
→ Jetzt müssen wir <u>U_{R4}</u> bestimmen

→ dazu zeichnen wir das Netzwerk neu

(Hierfür können wir die Klemmen A und B zunächst ignorieren)



->



$$R_{234} = (R_4 + R_3) \parallel R_2 = \frac{R_2 \cdot (R_4 + R_3)}{R_2 + R_4 + R_3} = 72.97\,\Omega$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_{234}} = \frac{36V}{80\,\Omega + 72.97\,\Omega} = 0{,}235\,A$$

Wir finden I_{34} mit der Stromteilerregel:

$$I_{34} = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_4 + R_3} = 0.235A \cdot \frac{100\,\Omega}{100\,\Omega + 120\,\Omega + 150\,\Omega} =$$

$$= 63.5 \cdot 10^{-3} A$$

$$\rightarrow U_{R4} = I_{34} \cdot R_4$$

$$\rightarrow U_0 = U - U_{R4} = U - I_{34} \cdot R_4 =$$

$$= 36V - 63.5 \cdot 10^{-3} A \cdot 150\,\Omega = \underline{\underline{26.5V}}$$

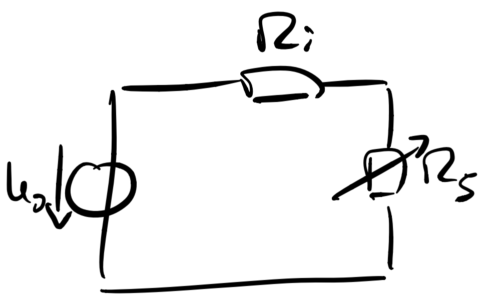
=> MERKE:

Beim Bestimmen von R_i und U_0 ist es häufig <u>sehr</u> hilfreich, das Netzwerk <u>mehrfach</u> neu zu zeichnen (zum Beispiel die Quelle nach links zu bewegen und die Widerstände rechts davon). So wird das Netzwerk viel übersichtlicher und man kann einfacher rechnen.

c) (3 P.) Wie gross ist die Leistung, welche von R_5 maximal aufgenommen werden kann?

Damit die Leistung an R_5 maximal ist

muss gelten $R_5 = R_i$



$$\rightarrow P_{max} = \frac{\left(\frac{u_0}{2}\right)^2}{R_i} = \frac{\left(\frac{26.5V}{2}\right)^2}{78.4\Omega} = 2.24W$$

Aufgabe 4: E-Kern mit einer Wicklung

(15 P.) Auf einem Kern in E-Form ist eine Wicklung mit N Windungen gemäss Abbildung 3 angebracht. Alle Schenkel haben die gleiche quadratische Querschnittsfläche $A = a^2$, wobei das Kernmaterial des rechten Schenkels die relative Permeabilität μ_{r1} und das Kernmaterial des linken und mittleren Schenkels eine sehr grosse relative Permeabilität ($\mu_{r2} \to \infty$) aufweist. Während die effektive Weglänge des rechten Schenkels l_R beträgt, besitzen der linke und mittlere Schenkel die effektiven Weglängen l_L und l_M. Die effektive Weglänge ist inklusive dem jeweiligen Luftspalt l_g. Der Luftspalt l_g ist als sehr klein zu betrachten. Das magnetische Feld kann in den Luftspalten als homogen angenommen werden. Durch die Wicklung fliesst der Gleichstrom I_q mit der in der Abbildung 3 angegeben Zählrichtung

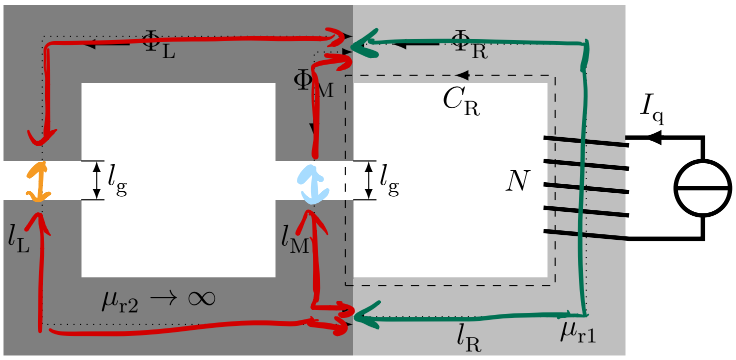


Abbildung 3: Magentischer Kreis mit E-Kern

a) (8 P.) Geben Sie die magnetischen Widerstände R_{mL} des linken, R_{mM} des mittleren sowie R_{mR} des rechten Schenkels an. Wie gross ist die von der Kontur C_R rechtshändig umfasste Durchflutung Θ_R? Zeichnen Sie mit diesen Ergebnissen das Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises inklusive den magnetischen Teilflüssen Φ_L, Φ_M und Φ_R.

Allgemein gilt beim Reluktanzmodell:

$$R = \frac{l}{\mu \cdot A}$$

l ← effektive Weglänge

A ← vom Fluss durchsetzte Fläche (i.d.R. Querschnittsfläche des Kerns)

$$R_{mR} = \frac{l_R}{\mu_0 \mu_{R1} a^2}$$

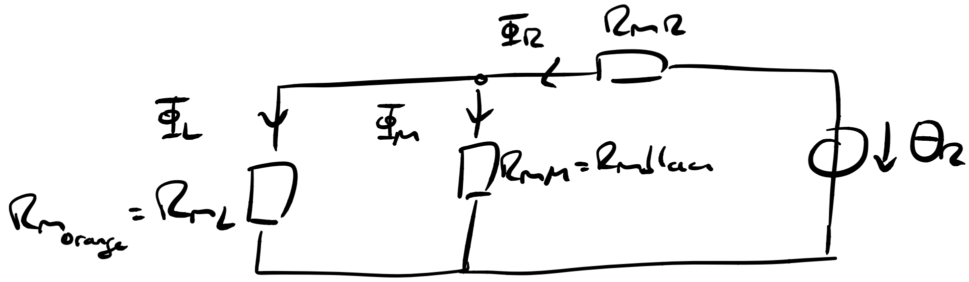
unbekannt

$$R_{mrot} = \frac{l_{rot}}{\mu_0 \cdot \underbrace{\mu_{R2}}_{\to\infty} \cdot a^2} = 0$$

$$R_{morange} = R_{mblau} = \frac{l_g}{\mu_0 \cdot a^2}$$

Die von Kontor C_R rechtshändig umfasste Durchflutung ist $\Theta_R = N \cdot I_q$

Ersatzschaltbild:



b) (4 P.) Berechnen Sie die magnetischen Teilflüsse Φ_L, Φ_M und Φ_R in Abhängigkeit des Stromes I_q und der gegebenen Geometrie.

Wichtig! Φ kann man wie I behandeln und Θ_R wie U.

$$\Phi_R = \frac{\Theta_R}{R_{mR} + R_{mL} \| R_{mM}} = \frac{\Theta_R}{R_{mR} + \frac{R_{mL}}{2}} = \frac{2\mu_0\mu_{rn} a^2}{2l_R + \mu_{rn} l_g} N I_q$$

Nach der Kirchhoff'schen Knotengleichung gilt:

$$\Phi_R = \Phi_L + \Phi_M$$

Da $R_{mL} = R_{mM}$, gilt $\Phi_L = \Phi_M = \frac{\Phi_R}{2} =$

$$= \frac{\mu_0\mu_{rn} a^2}{2l_R + \mu_{rn} l_g} N I_q$$

c) (3 P.) Wie gross ist die Induktivität L der Wicklung? Geben Sie ebenfalls den A_L-Wert der Anordnung an.

Induktivität ≙ Verhältnis aus gesamten die Wicklung durchsetzenden Fluss

und

den Fluss verursachenden Strom

Φ_R durchsetzt die Spule N-mal

$$L = \frac{\Phi_{ges}}{I_q} = \frac{N \cdot \Phi_R}{I_q} = N^2 \frac{2\mu_0 \mu_{rn} a^2}{2 l_R + \mu_{rn} l_g}$$

$$L = N^2 \cdot A_L$$

$$\rightarrow \quad A_L = \frac{2\mu_0 \mu_{rn} a^2}{2 l_R + \mu_{rn} l_g}$$

Aufgabe 5: Ringkernübertrager

(15 P.) Auf einem Ringkern mit der Querschnittsfläche A und der relativen Permeabilität $\mu_\mathrm{r} \to \infty$ sind zwei Wicklungen mit N_1 und N_2 Windungen gemäss Abbildung 4 angebracht. Der Ringkern besitzt einen Luftspalt mit der sehr kleinen Länge l_g. Das magnetische Feld kann im Luftspalt als homogen angenommen werden.

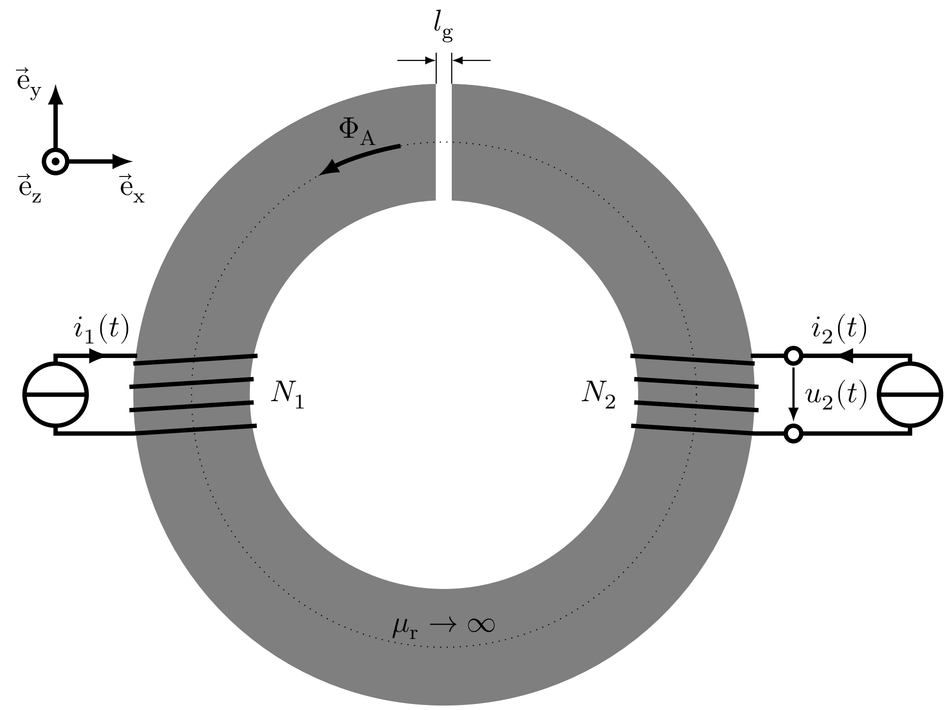


Abbildung 4: Ringkernübertrager

a) (8 P.) Berechnen Sie die magnetische Flussdichte $\vec{B}(t)$ im Luftspalt in Abhängigkeit von $i_1(t)$ und $i_2(t)$.

Das magnetische Feld wird im Luftspalt als homogen angenommen. → Flussdichte besitzt dort nur eine x-Komponente: $\vec{B} = \vec{e_x} \cdot B_x$

Die eingezeichnete Richtung von Φ_A gibt an, dass B in $\vec{e_x}$-Richtung negativ gezählt wird.

Wir verwenden das Oersted'sche Gesetz und integrieren deshalb in Richtung von Φ_A.

$$\oint \vec{H}(t)\,d\vec{s} = \int_{\text{Eisenkern}} \frac{\vec{B}(t)}{\mu_0\mu_r}\,d\vec{s} + \int_{\text{Luftspalt}} \frac{\vec{B}(t)}{\mu_0}\,d\vec{s} =$$

$$= \int_{l_g}^{0} \frac{\vec{e}_x\,B(t)}{\mu_0}\,\vec{e}_x\,dx =$$

$$= -\frac{B(t)_x}{\mu_0}\,l_g = \Theta(t)$$

Für die Durchflutung gilt: $\Theta(t) = N_1 \cdot i_1(t) + N_2\,i_2(t)$

Wichtig ist, dass Φ_A und der Strom rechtshändig verknüpft sein müssen. Dies ist bei beiden Spulen der Fall, weshalb die Durchflutung bei beiden positiv gezählt wird.

(wäre z.B. der Strom i_2 in die andere Richtung definiert, wären Φ_A und i_2 nicht mehr rechtshändig verknüpft und die Gesamtdurchflutung wäre

$$\Theta(t) = N_1 \cdot i_1(t) - N_2\, i_2(t)$$
)

b) (3 P.) Berechnen Sie den magnetischen Fluss $\Phi_A(t)$ im Kern. Wie gross ist die Spannung $u_2(t)$ in Abhängigkeit von $i_1(t)$ und $i_2(t)$?

Da wir die Feldverteilung als homogen annehmen erhalten wir:

$$\Phi_A(t) = \iint_A \vec{B}(t)\cdot d\vec{A} = \iint_A B_x(t)\vec{e_\varphi} \cdot \vec{e_\varphi}\, dA =$$

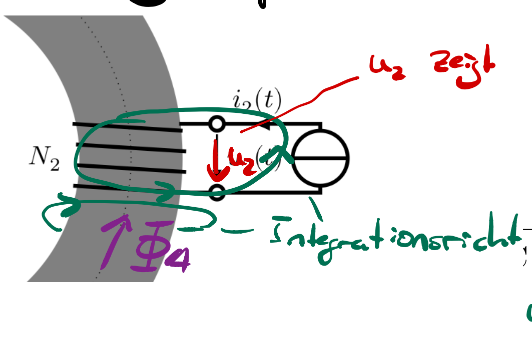
$$= -B_x(t)\cdot A = \frac{\mu_0 \cdot A}{l_g}\left(N_1 i_1(t) + N_2 i_2(t)\right)$$

Die Spannung $u_2(t)$ ergibt sich mit folgender Überlegung

$$\oint \vec{E}\, d\vec{s} = \pm u(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Vorzeichen bestimmen:

- Daumen in Richtung des Flusses wählen
- Die Finger geben die Integrationsrichtung vor
- $u(t)$ je nach eingezeichneter Richtung und Integrationsrichtung positiv oder negativ zählen



u_2 zeigt entgegen der Integrationsrichtung!

$-$ $u_2(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt}$

$$u_2(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = N_2 \cdot \frac{d\Phi_1(t)}{dt} =$$

Φ_1 durchsetzt die rechte Spule N_2-mal

$$= N_2 \frac{\mu_0 \cdot A}{l_g}\left(N_1 \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + N_2 \cdot \frac{di_2(t)}{dt}\right)$$

c) (4 P.) Wie gross sind die sekundärseitige Selbstinduktivität L_{22} und die Gegeninduktivität M?

$$u_2(t) = \frac{\mu_0 A}{l_g} N_2 \cdot N_1 \frac{di_1(t)}{dt} + \frac{\mu_0 A}{l_g} N_2^2 \frac{di_2(t)}{dt}$$

Da der Fluss verursacht von i_1 und der Fluss verursacht von i_2 gleichgerichtet sind, können wir obige Formel mit

$$u_2(t) = M \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + L_{22} \frac{di_2(t)}{dt}$$

vergleichen.

Wir erhalten $M = \frac{\mu_0 A}{l_g} N_2 \cdot N_1$

und $L_{22} = \frac{\mu_0 A}{l_g} N_2^2$

Aufgabe 6: Leistungsübertragung

(10 P.) Im Folgenden wird der magnetische Kreis in Abbildung 5 betrachtet. Die Spannungsquelle ist eine Autobatterie mit der Leerlaufspannung $U_0 = 12\,\mathrm{V}$ und dem Innenwiderstand $R_\mathrm{i} = 0.5\,\Omega$. Die Autobatterie ist primärseitig an einen Transformator mit der primären Windungszahl N_1 und der sekundärseitgen Windungszahl N_2 angeschlossen. Die Windungen sind als ideal anzunehmen. Auf der sekundären Seite des Transformators ist ein Lastwiderstand mit $R_\mathrm{L} = 120\,\Omega$ angeschlossen.

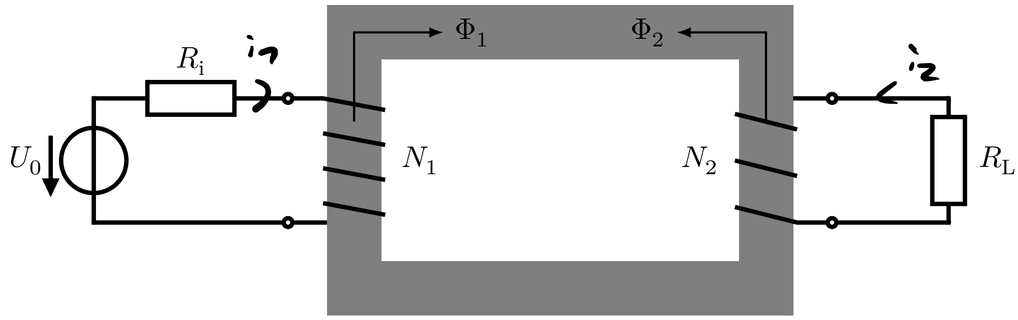


Abbildung 5: Transformator mit Autobatterie und Lastwiderstand

a) (6 P.) Stellen Sie die allgemeinen Maschengleichungen zur Beschreibung dieser Anordnung auf. Vereinfachen Sie, wenn möglich, die Maschengleichungen. Tragen Sie die verwendeten Bezeichnungen für Ströme und gegebenenfalls weitere Spannungen in die Abbildung 5 ein.

$$U_0 = R_1 \cdot i_1 + L_{11} \cdot \frac{di_1}{dt} \pm M \cdot \frac{di_2}{dt}$$

$$0 = R_L \cdot i_2 + L_{22} \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

Da U_0 zeitlich konstant ist, sind auch die Ströme konstant:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{di_2}{dt} = 0$$

$$U_0 = R_i \cdot I_1$$

$$0 = R_L \cdot I_2$$

b) (4 P.) Welche elektrische Leistung wird am Innenwiderstand R_i umgesetzt? Berechnen sie ebenfalls die von der Batterie abgegebene elektrische Leistung sowie die elektrische Leistung im Lastwiderstand R_L.

Da eine Gleichspannung vorliegt fällt nur über der Innenwiderstand der Batterie eine Spannung ab und damit die Leistung

$$P_i = \frac{U_0^2}{R_i} = \frac{12V}{0.5\Omega} = 288W$$

Die abgegebene Leistung in den idealen Wicklungen auf der Primärseite gleich 0W.

Da die Spannungsquelle zeitlich konstant ist, wird auf der Sekundärseite kein Strom induziert $\rightarrow$ $i_2 = 0$

Die Leistung dort beträgt also

$$P_L = i_2^2 \cdot R_L = 0W$$